المستقيمات و المستويات في الفضاء

1) كيف يمكن تعيين معادلة ديكارتية لمستوى؟

منهجية وطريقة

1 ـ إذا كنا نعرف شعاع ناظمي $\vec{n}\begin{pmatrix}a\\b\\c\end{pmatrix}$ ونقطة A من المستوي (P) فإن المعادلة الديكارتية هي على الشكل :

$ax+by+cz+d=0$ حيث: d تعين من النقطة A .

2 ـ إذا كنا نعرف ثلاث نقط A ، B و C :

أ) نتحقق أن النقط الثلاثة ليست في استقامية.

ب) نعين شعاع ناظمي $\vec{n}\begin{pmatrix}a\\b\\c\end{pmatrix}$ على المستوي (ABC) حيث: $\overrightarrow{AB}.\vec{n}=0$ و $\overrightarrow{AC}.\vec{n}=0$

تمرين 1 (1 عين معادلة ديكارتية للمستوي (P) حيث $\vec{n}(1;-3;0)$ شعاع ناظمي ويشمل النقطة $A(1;-4;2)$.

(2 عين معادلة ديكارتية للمستوي (P') الموازي للمستوي ذو المعادلة $-3x+y-z+7=0$ ويشمل النقطة $A(0;2;-2)$.

(3 عين معادلة ديكارتية للمستوي (ABC) حيث $A(-1;3;2)$ ، $B(-4;0;1)$ ، $C(1;2;-1)$,

2 كيف يمكن تعيين تمثيل وسيطي لمستقيم؟

منهجية وطريقة

إن كنا نعرف نقطة $A(x_A;y_A;z_A)$ وشعاع توجيه $\vec{u}(a;b;c)$ لمستقيم (D) من الفضاء فإن التمثيل الوسيطي للمستقيم (D) يكون: $(t\in\mathbb{R})$ $\begin{cases}x=x_A+at\\y=y_A+bt\\z=z_A+ct\end{cases}$

تمرين 2: نعتبر النقط $A(0;1;-1)$ ، $B(4;-1;-3)$ ، $C(-1;-1;-1)$. أعط تمثيل وسيطي لـ:

1) المستقيم (AB) . 2) للقطعة $[AC]$ 3) لنصف المستقيم $[BC)$.

3 كيف يمكن تعيين تقاطع مستويين؟

منهجية وطريقة

ليكن $\vec{n}$ و $\vec{n'}$ شعاعين ناظميين على الترتيب للمستويين (P) و (P') .

1- إذا كان $\vec{n}$ و $\vec{n'}$ مرتبطين خطيا فإن (P) و (P') متوازيان .

أ) نعين النقطة A من (P) ، إذا كانت A تنتمي إلى (P') فإن (P) و (P') منطبقان

ب) إذا كانت A لا تنتمي إلى (P') فإن (P) و (P') متوازيان تماما .

2- إذا كان $\vec{n}$ و $\vec{n'}$ غير مرتبطين خطيا فإن (P) و (P') متقاطعان وفق مستقيم .

نحل جملة معادلتي المستويين (P) و (P') ونعين تمثيلا وسيطيا لمستقيم تقاطع المستويين .

تمرين 3 : نعتبر المستويات (P_1) , (P_2) و (P_3) ذات المعادلات :

$(P_1):x+3y-z+1=0$ ، $(P_2):x+4y+z-3=0$ و $(P_3):-x-3y+z+2=0$

ادرس تقاطع (P_1) و (P_2) ثم (P_1) و (P_3) .

4 كيف يمكن تعيين تقاطع مستقيمين ؟

منهجية وطريقة

ليكن $\vec{u}$ و $\vec{u'}$ شعاعا توجيه المستقيمين (D) و (D') على الترتيب

1- إذا كان $\vec{u}$ و $\vec{u'}$ مرتبطين خطيا فإن (D) و (D') متوازيان

أ ـ نعين النقطة A من (D) ، إذا كانت A تنتمي إلى (D') فإن (D) و (D') منطبقان

ب ـ إذا كانت A لا تنتمي إلى (D') فإن (D) و (D') متوازيان تماما

2-إذا كان $\vec{u}$ و $\vec{u'}$ غير مرتبطين خطيا فإن (D) و (D') متقاطعان في نقطة أو لا ينتميان إلى نفس المستوي .

تمرين 4 : لتكن المستقيمات (D_1) , (D_2) و (D_3) المعينة بتمثيلاتها الوسيطية :

$$(D_1):\begin{cases} x = t \\ y = 1-2t \\ z = 1+t \end{cases} (t \in \mathbb{R}) \text{ ، } (D_2):\begin{cases} x = 1+t' \\ y = -1-2t' \\ z = 3+t' \end{cases} (t' \in \mathbb{R}) \text{ و } (D_3):\begin{cases} x = -7+7k \\ y = 4-3k \\ z = -1+2k \end{cases} (k \in \mathbb{R})$$

عين تقاطع كل من المستقيمات 1) (D_1) وَ (D_2) ، 2) (D_2) و (D_3) ، 3) (D_1) و (D_3).

5 كيف يمكن تعيين تقاطع مستوى ومستقيم؟

منهجية وطريقة

ليكن $\vec{u}$ شعاع توجيه للمستقيم (D) و $\vec{n}$ شعاعا ناظميا للمستوي (P)

1) إذا كان $\vec{u}.\vec{n}=0$ فإن (D) وَ (P) متوازيان .

أ – نعين النقطة A من (D) ، إذا كانت A تنتمي إلى (P) فإن (D) محتوى في (P).

ب – إذا كانت A لا تنتمي إلى (P) فإن (D) وَ (P) متوازيان تماما .

2) إذا كان $\vec{u}.\vec{n} \neq 0$ فإن (D) وَ (P) متقاطعان في نقطة ، نعوض بالإحداثيات الوسيطية للمستقيم (D) في معادلة المستوي (P) فنحصل على قيمة للوسيط تسمح لنا بتعيين إحداثيات نقطة التقاطع

تمرين 5: ليكن المستوي (P) ذو المعادلة $x-y+z=5$ و المستقيمان (D) و (D') حيث

$$(D):\begin{cases} x = -8+2t \\ y = -4+t \\ z = 9-t \end{cases} (t \in \mathbb{R}) \text{ و } (D'):\begin{cases} x = -8+2t \\ y = 6-t \\ z = 9-t \end{cases} (t \in \mathbb{R})$$

عين تقاطع المستقيم (D) وَ المستوي (P) ثم عين تقاطع (D') وَ المستوي (P).

تمرين 6: ليكن المستوي (P) ذو المعادلة $x+2y+z-4=0$ و النقطة $A(1;0;-2)$.

1) عين شعاع ناظمي $\vec{n}$ على المستوي (P) .

2) أعط تمثيلا وسيطيا للمستقيم (D) الذي يشمل A والعمودي على المستوي (P).

3) استنتج إحداثيات النقطة H المسقط العمودي للنقطة A على المستوي (P).

6 كيف يمكن تعيين تقاطع ثلاث مستويات ؟

منهجية وطريقة

1) إذا كان مستويان متوازيان تماما فإن $S=(p_1)\cap(p_2)\cap(p_3)=\phi$.

2) إذا كان كل مستويين غير متوازيين نعين مستقيم (D) تقاطع (P_1) و (P_2)

أ) إذا كان : $(D)\subset(p_3)$ فإن: $S=(p_1)\cap(p_2)\cap(p_3)=(D)$.

ب) إذا كان : $(D)\cap(p_3)=\{A\}$ فإن: $S=(p_1)\cap(p_2)\cap(p_3)=\{A\}$.

جـ) إذا كان (D) وَ (P_3) متوازيين تماما فإن : $S=(p_1)\cap(p_2)\cap(p_3)=\phi$.

تمرين 7:

لنعتبر المستويات (p_1) ، (p_2) و (p_3)ذات المعادلات:

$(P_1): x+y+z=0$ ، $(P_2): -2x+y-z+5=0$ و $(P_3): x-5y-z-10=0$.

عين تقاطع المستويات (p_1) ، (p_2) و (p_3) .